

Puzzles de nombres crypto-narcissiques

Nombres narcissiques

Le nombre de trois chiffres 407 possède une propriété bien particulière, si vous ajoutez les cubes de ses chiffres $4^3 + 0^3 + 7^3 = 64 + 0 + 343 = 407$, vous retrouvez 407. Si le nombre a n chiffres, on élève les chiffres à la puissance n , $1634 = 1^4 + 6^4 + 3^4 + 4^4$. 407 et 1634 sont des nombres narcissiques, il y a quatre-vingt huit nombres narcissiques non nuls.

Nombres crypto-narcissiques

Vous devez d'abord coder le nombre avant de calculer la somme des puissances. Le puzzle consiste donc à trouver le bon code.

Exemple : Prenez les chiffres de 98079206 et remplacez 0, ..., 9 respectivement par 7, 2, 4, 6, 8, 3, 0, 1, 5, 9. Calculez $9^8 + 5^8 + 7^8 + 1^8 + 9^8 + 4^8 + 7^8 + 0^8 = 98079206$.

Déchiffrement

Prenons la famille 25, 36, 37, 64, 16777476, 16777477, 98079206, 98079207, 5409060621, 5714384598, 63178121995, 596913056230. On remarque que a) $25 = 5^2 + 0^2 = 3^2 + 4^2$, b) $36 = 0^2 + 6^2$, c) $37 = 1^2 + 6^2$, d) $64 = 0 + 8^2$, sont les seules décompositions de ces quatre nombres de deux chiffres en sommes de deux carrés.

Les égalités b) et c) entraînent $3 \mapsto 6$, ainsi que $6 \mapsto 0$ et $7 \mapsto 1$.

Ensuite d) donne $4 \mapsto 8$ et dans a) on utilise nécessairement $25 = 3^2 + 4^2$ donc 2 et 5 ont pour images 3 et 4 mais l'ordre d'association n'est pas connu.

16777476 se code donc en ?0111810 où un chiffre est inconnu. Ce chiffre est nécessairement différent de 0, 1, 3, 4, 6, 8, on essaie donc 2, 5, 7 et 9 pour voir que seul 2 convient. On en tire $1 \mapsto 2$. Le nombre 16777477 n'apporte quant à lui aucun nouveau renseignement. Il reste ensuite moins d'une cinquantaine de possibilités pour finir le déchiffrement.

Puzzles de nombres crypto-narcissiques

Tous les nombres crypto-narcissiques d'une même famille utilisent le même code. Il est conseillé de décoder les nombres de deux chiffres en premier.

Note : pour vous éviter de compter les nombres de chiffres ceux-ci sont attachés aux nombres entiers comme dans 3-407 ou 4-1634 pour indiquer qu'ils ont 3 et 4 chiffres.

Des détails sont donnés à la page web du site « jeux et mathématiques »

<http://jeux-et-mathematiques.davalan.org/arit/narcisse/index.html>

21) 1-5 2-17 3-343 3-729 3-801 4-4993 6-141530 7-1964164 7-3746427 10-8299989531 11-46270144987

22) 1-8 2-97 3-160 3-343 3-793 6-492826 6-531571 7-5359227 10-4404561072 11-73333574859

23) 1-2 2-85 2-97 3-586 6-356250 7-7192953 8-39840931 8-88137316 9-186642035

24) 2-61 2-53 3-547 6-379858 6-379859 6-840971 8-18594722 9-278794981 9-448231510 10-9403704847 11-38038813145

25) 1-3 1-5 2-73 3-729 3-854 4-9409 5-60348 6-278563 7-4863665 7-6882437 8-22607812 8-35697027 10-8350424751 11-73431585402

26) 1-3 1-9 2-34 2-97 4-2738 5-45717 7-3001264 8-24678051 8-49267686 9-445664294 9-827749695 11-98562479924

27) 1-7 2-40 3-280 4-4384 6-384746 7-3497080 7-5781461 10-3787343669 10-5024403074 10-6984445125 11-14717231417 11-42360656761 11-76032655702

28) 2-73 4-5473 5-24584 6-155658 7-3482755 8-35631746 9-450145269 9-478225084 10-1436216548

29) 2-40 3-280 3-560 4-4144 4-2658 4-6514 4-6834 5-25608 5-68093 5-73076 7-4196621 8-24678051 11-10098870990 11-35796520697 11-73431589497

30) 2-16 2-81 2-82 3-217 3-495 4-9778 10-4091846999 10-5635552823

31) 1-2 1-3 2-20 3-944 4-8049 6-562757 7-6788245 8-60293732 9-575976284 10-1507494877

32) 1-4 2-37 2-81 3-567 3-775 4-6914 5-27477 7-2476099 7-4912434 7-9805190 8-62741220 11-94196911892

33) 1-2 2-29 3-979 4-3888 4-4514 7-9351718 10-5137339500 10-9413470471 11-18321288925 11-98970087947

34) 1-2 1-9 2-37 2-90 3-352 3-775 5-62239 9-280486473 10-3950777302 11-23837445575 11-54546108598

35) 1-3 2-13 2-34 3-141 3-792 7-1679991 7-7738620 8-43841350 9-187127469 9-532017935 10-2451647372 10-6320211996

36) 1-8 2-89 3-728 4-8208 4-9603 6-301739 6-587298 11-10987454321

37) 2-26 5-95217 6-230683 6-552019 8-35697027 10-4845100675

38) 2-53 2-89 5-98068 6-255748 7-5606643 7-7552105 8-18926372 9-612704955 11-80088649926

39) 1-3 3-190 5-68093 7-2021787 9-158804170 9-449882614 10-2501358397 11-10987454320 11-71816707564

11-71861514436

40) 1-8 2-16 2-65 4-4738 6-109730 6-840244 8-44727107 8-52171010

Réponses : Codes pour 0123456789

21) 2480753196 22) 3260715984 23) 1028563974 24) 9647325801 25) 4713952806 26) 2873561409 27) 6508293741 28) 9578062314 29) 6809271543 30) 2018734695 31) 4023619578 32) 8951472603 33) 7820341965 34) 3421875609 35) 9283507416 36) 2407139685 37) 4956021873 38) 9632071458 39) 4573089261 40) 6095174283